

## ДОМАШНА РАБОТА №4

1) Дадени са векторите:

- |  |   |
|--|---|
| 1.1. $\vec{a}(-3, 3, -2)$ и $\vec{b}(1, -2, -2)$ ; | 1.2. $\vec{a}(-2, 1, -2)$ и $\vec{b}(1, -2, 3)$ ; |
| 1.3. $\vec{a}(-2, 1, -3)$ и $\vec{b}(-3, -2, 1)$ ; | 1.4. $\vec{a}(-1, 1, -2)$ и $\vec{b}(1, -2, 2)$ ; |
| 1.5. $\vec{a}(-1, 2, -3)$ и $\vec{b}(-3, 4, 1)$ ;  | 1.6. $\vec{a}(2, -3, 1)$ и $\vec{b}(4, 1, -2)$ ;  |
| 1.7. $\vec{a}(-2, 3, -1)$ и $\vec{b}(-3, 2, 1)$ ;  | 1.8. $\vec{a}(-1, 1, -2)$ и $\vec{b}(-3, 3, 2)$ ; |
| 1.9. $\vec{a}(-3, 4, -2)$ и $\vec{b}(1, -1, -2)$ ; | 1.10. $\vec{a}(2, -1, 1)$ и $\vec{b}(0, 3, -3)$ . |

Пресметнете:

- А)  $(2\vec{a} - \vec{b}) \cdot (3\vec{b} + \vec{a}) = ?$  и  $(\vec{a} - 2\vec{b}) \cdot (\vec{b} + 3\vec{a}) = ?$ ;
- Б)  $(3\vec{a} - \vec{b}) \times (2\vec{b} + \vec{a}) = ?$  и  $(\vec{a} + 2\vec{b}) \times (\vec{b} - 3\vec{a}) = ?$ ;
- В)  $(4\vec{a} - \vec{b}) \times (3\vec{b} + \vec{a}) - 3\vec{a} \times \vec{b} = ?$ ;
- Г)  $|(2\vec{a} + \vec{b}) \times (\vec{b} - \vec{a})| = ?$ ;
- Д)  $\cos \varphi$  и  $\sin \varphi$ , където  $\varphi = \angle(\vec{a}; \vec{b})$ ;
- Е) Лицето на успоредника, построен върху векторите  $(2\vec{a} - \vec{b})$  и  $(2\vec{b} - \vec{a})$ ;
- Ж) Лицето на триъгълника, построен върху векторите  $(\vec{a} - \vec{b})$  и  $(\vec{a} + \vec{b})$ .

2) Дадени са векторите:

- 2.1.  $\vec{a}(-3, 4, -2)$ ,  $\vec{b}(1, -1, -2)$  и  $\vec{c}(3, -4, -5)$ ;
- 2.2.  $\vec{a}(2, -1, 1)$ ,  $\vec{b}(0, 3, -3)$  и  $\vec{c}(2, -1, -1)$ ;
- 2.3.  $\vec{a}(-3, 3, -2)$ ,  $\vec{b}(1, -2, -2)$  и  $\vec{c}(0, 3, -2)$ ;
- 2.4.  $\vec{a}(-2, 1, -2)$ ,  $\vec{b}(1, -2, 3)$  и  $\vec{c}(4, -1, -2)$ ;
- 2.5.  $\vec{a}(-2, 1, -3)$ ,  $\vec{b}(-3, -2, 1)$  и  $\vec{c}(5, -4, 0)$ ;
- 2.6.  $\vec{a}(-1, 1, -2)$ ,  $\vec{b}(1, -2, 2)$  и  $\vec{c}(-2, -3, -5)$ ;
- 2.7.  $\vec{a}(-1, 2, -3)$ ,  $\vec{b}(-3, 4, 1)$  и  $\vec{c}(1, -6, 3)$ ;
- 2.8.  $\vec{a}(2, -3, 1)$ ,  $\vec{b}(4, 1, -2)$  и  $\vec{c}(-2, -1, -3)$ ;
- 2.9.  $\vec{a}(-2, 3, -1)$ ,  $\vec{b}(-3, 2, 1)$  и  $\vec{c}(-2, -3, -1)$ ;
- 2.10.  $\vec{a}(-1, 1, -2)$ ,  $\vec{b}(-3, 3, 2)$  и  $\vec{c}(2, -1, -3)$ .

Да се пресметнете:

- А)  $\vec{a} \cdot \vec{b} \cdot \vec{c} = ?$ ;
- Б)  $(2\vec{a} - \vec{c})(3\vec{b} + \vec{a})(\vec{b} - \vec{a}) = ?$ ;
- В)  $[(4\vec{a} - \vec{c}) \times (3\vec{b} + \vec{c})] \cdot (\vec{a} - \vec{b}) = ?$ ;
- Г) Обемът на тетраедъра, построен върху векторите  $(2\vec{a} - \vec{c})$ ,  $(\vec{b} + \vec{c})$  и  $(2\vec{b} - \vec{a})$ ;
- Д) Обемът на паралелепипеда, построен върху векторите  $(\vec{a} + \vec{b})$ ,  $(\vec{b} - \vec{c})$  и  $(\vec{a} + \vec{c})$ .

3) Дадени са векторите:

- 3.1.  $\vec{a}(-m, 3, -2)$  и  $\vec{b}(1, -2, -2)$ ;      3.2.  $\vec{a}(-2, 1, -2)$  и  $\vec{b}(1, m, 3)$ ;  
 3.3.  $\vec{a}(-2, 1, m)$  и  $\vec{b}(-3, -2, 1)$ ;      3.4.  $\vec{a}(-1, 1, -2)$  и  $\vec{b}(m, -2, 2)$ ;  
 3.5.  $\vec{a}(-1, 2, -3)$  и  $\vec{b}(m, 4, 1)$ ;      3.6.  $\vec{a}(2, -3, 1)$  и  $\vec{b}(4, 1, -m)$ ;  
 3.7.  $\vec{a}(-2, 3, -1)$  и  $\vec{b}(-3, 2, m)$ ;      3.8.  $\vec{a}(-1, 1, -2)$  и  $\vec{b}(-3, m, 2)$ ;  
 3.9.  $\vec{a}(-3, m, -2)$  и  $\vec{b}(1, -1, -2)$ ;      3.10.  $\vec{a}(2, -1, 1)$  и  $\vec{b}(0, m, -3)$ .

Намерете стойността на параметъра  $m$ , за които векторите  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  са перпендикулярни.

4) Дадени са векторите:

- 4.1.  $\vec{a}(-3, m, -2)$ ,  $\vec{b}(1, -1, -2)$  и  $\vec{c}(3, -4, -5)$ ;  
 4.2.  $\vec{a}(2, -1, 1)$ ,  $\vec{b}(0, m, -3)$  и  $\vec{c}(2, -1, -1)$ ;  
 4.3.  $\vec{a}(-3, 3, -2)$ ,  $\vec{b}(1, -2, -2)$  и  $\vec{c}(0, m, -2)$ ;  
 4.4.  $\vec{a}(-m, 1, -2)$ ,  $\vec{b}(1, -2, 3)$  и  $\vec{c}(4, -1, -2)$ ;  
 4.5.  $\vec{a}(-2, 1, -3)$ ,  $\vec{b}(m, -2, 1)$  и  $\vec{c}(5, -4, 0)$ ;  
 4.6.  $\vec{a}(-1, 1, -2)$ ,  $\vec{b}(1, -2, 2)$  и  $\vec{c}(m, -3, -5)$ ;  
 4.7.  $\vec{a}(-1, 2, -m)$ ,  $\vec{b}(-3, 4, 1)$  и  $\vec{c}(1, -6, 3)$ ;  
 4.8.  $\vec{a}(2, -3, 1)$ ,  $\vec{b}(4, 1, m)$  и  $\vec{c}(-2, -1, -3)$ ;  
 4.9.  $\vec{a}(-2, 3, -1)$ ,  $\vec{b}(-3, 2, 1)$  и  $\vec{c}(-2, -3, m)$ ;  
 4.10.  $\vec{a}(m, 1, -2)$ ,  $\vec{b}(-3, 3, 2)$  и  $\vec{c}(2, -1, -3)$ .

Намерете стойността на параметъра  $m$ , за които векторите  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  и  $\vec{c}$  са компланарни.

5) Проверете дали точките  $A$ ,  $B$  и  $C$  лежат на една права:

- 5.1.  $A(1, -1)$ ,  $B(3, 3)$  и  $C(0, -3)$ ;      5.2.  $A(5, 7)$ ,  $B(-2, -7)$  и  $C(-1, -5)$ ;  
 5.3.  $A(-1, 1)$ ,  $B(1, 5)$  и  $C(-5, -7)$ ;      5.4.  $A(-2, -1)$ ,  $B(2, 7)$  и  $C(0, 3)$ ;  
 5.5.  $A(-3, 9)$ ,  $B(-1, 6)$  и  $C(5, -7)$ ;      5.6.  $A(0, 3)$ ,  $B(-2, 7)$  и  $C(3, -3)$ ;  
 5.7.  $A(2, 5)$ ,  $B(1, 2)$  и  $C(-3, -10)$ ;      5.8.  $A(0, -1)$ ,  $B(-2, -7)$  и  $C(3, 8)$ ;  
 5.9.  $A(7, 0)$ ,  $B(5, 2)$  и  $C(-5, 12)$ ;      5.10.  $A(3, 4)$ ,  $B(-1, 8)$  и  $C(9, -2)$ .

6) Проверете дали точките  $A$ ,  $B$  и  $C$  образуват триъгълник:

- 6.1.  $A(4, 1, -2)$ ,  $B(2, 3, -1)$  и  $C(8, -3, -4)$ ;      6.2.  $A(0, 5, 0)$ ,  $B(6, -1, -3)$  и  $C(-2, 7, 1)$ ;  
 6.3.  $A(2, -1, -3)$ ,  $B(-1, -3, 0)$  и  $C(5, 1, -6)$ ;      6.4.  $A(8, 3, -9)$ ,  $B(-4, -5, 3)$  и  $C(-7, -7, 6)$ ;  
 6.5.  $A(-1, 2, 3)$ ,  $B(-4, 4, 1)$  и  $C(2, 0, 5)$ ;      6.6.  $A(-1, 2, -3)$ ,  $B(2, 4, -5)$  и  $C(5, 2, -7)$ ;  
 6.7.  $A(-1, 3, 3)$ ,  $B(-4, 5, 3)$  и  $C(2, 1, -3)$ ;      6.8.  $A(-2, -3, -1)$ ,  $B(0, -5, 0)$  и  $C(2, -7, 1)$ ;  
 6.9.  $A(3, -5, 2)$ ,  $B(1, -3, 1)$  и  $C(-1, -1, 0)$ ;      6.10.  $A(3, -5, -2)$ ,  $B(5, -3, -1)$  и  $C(7, -1, 0)$ .

7) Даден е  $\Delta ABC$  с върхове:

- |   |  |
|---|--|
| 7.1. $A(2, 4)$ , $B(8, -4)$ и $C(8, -8)$ ;    | 7.2. $A(3, 4)$ , $B(5, -4)$ и $C(-7, -10)$ ; |
| 7.3. $A(-1, 4)$ , $B(11, -6)$ и $C(-5, -4)$ ; | 7.4. $A(2, 5)$ , $B(8, -7)$ и $C(-2, -9)$ ;  |
| 7.5. $A(-3, 5)$ , $B(-1, -9)$ и $C(5, 7)$ ;   | 7.6. $A(-5, 3)$ , $B(-7, 1)$ и $C(3, -7)$ ;  |
| 7.7. $A(5, -1)$ , $B(1, -7)$ и $C(3, -9)$ ;   | 7.8. $A(2, -4)$ , $B(6, -8)$ и $C(-4, 12)$ ; |
| 7.9. $A(7, 2)$ , $B(5, -4)$ и $C(-5, -8)$ ;   | 7.10. $A(3, 5)$ , $B(-1, -5)$ и $C(9, -3)$ . |

Пресметнете:

- А)  $\cos \angle A$ ,  $\cos \angle B$ ,  $\cos \angle C$ ;
- Б)  $\sin \angle A$ ,  $\sin \angle B$ ,  $\sin \angle C$ ;
- В) Лицето на  $\Delta ABC$ ;
- Г) Дължините на страните на  $\Delta ABC$ ;
- Д) Дължините на медианите на  $\Delta ABC$ ;
- Е) Дължините на височините на  $\Delta ABC$ .

8) Даден е  $\Delta ABC$  с върхове:

- |   |  |
|---|--|
| 8.1. $A(3, -2, 5)$ , $B(1, -4, 3)$ и $C(5, -8, -3)$ ; | 8.2. $A(6, -2, 4)$ , $B(-4, -4, 8)$ и $C(2, -8, -4)$ ; |
| 8.3. $A(1, -7, 3)$ , $B(-1, 5, -9)$ и $C(5, -1, 3)$ ; | 8.4. $A(4, -2, 5)$ , $B(6, -4, 3)$ и $C(2, -8, -5)$ ;  |
| 8.5. $A(7, -2, 4)$ , $B(3, -4, -6)$ и $C(5, -8, 4)$ ; | 8.6. $A(3, -4, 4)$ , $B(9, -2, 0)$ и $C(-5, -4, 6)$ ;  |
| 8.7. $A(1, -4, 5)$ , $B(7, -6, 3)$ и $C(5, 0, 7)$ ;   | 8.8. $A(2, -2, 6)$ , $B(4, -8, 12)$ и $C(0, -2, -6)$ ; |
| 8.9. $A(1, -5, 3)$ , $B(3, -9, 1)$ и $C(7, -1, -3)$ ; | 8.10. $A(6, -2, 8)$ , $B(4, -4, 0)$ и $C(8, -6, -4)$ . |

Пресметнете:

- А)  $\cos \angle A$ ,  $\cos \angle B$ ,  $\cos \angle C$ ;
- Б)  $\sin \angle A$ ,  $\sin \angle B$ ,  $\sin \angle C$ ;
- В) Лицето на  $\Delta ABC$ ;
- Г) Дължините на страните на  $\Delta ABC$ ;
- Д) Дължините на медианите на  $\Delta ABC$ ;
- Е) Дължините на височините на  $\Delta ABC$ .

9) Проверете дали лежат в една равнина точките:

- 9.1.  $A(1, 3, 1)$ ,  $B(2, -1, 7)$ ,  $C(3, 0, 8)$  и  $D(0, 3, -1)$ ;
- 9.2.  $A(-2, -3, 1)$ ,  $B(-4, -5, -1)$ ,  $C(0, -1, 3)$  и  $D(-2, -4, 2)$ ;
- 9.3.  $A(-4, 3, 6)$ ,  $B(-5, 5, -10)$ ,  $C(3, 3, 8)$  и  $D(-1, -3, 6)$ ;
- 9.4.  $A(2, -3, -7)$ ,  $B(-4, 5, 3)$ ,  $C(0, -1, -5)$  и  $D(-2, 4, 3)$ ;
- 9.5.  $A(-4, -3, 1)$ ,  $B(-5, -5, -2)$ ,  $C(3, 0, 0)$  и  $D(-1, -3, -2)$ ;
- 9.6.  $A(2, 3, -5)$ ,  $B(1, 1, -4)$ ,  $C(0, -1, -3)$  и  $D(-2, -4, -3)$ ;
- 9.7.  $A(4, -3, 1)$ ,  $B(0, 1, -3)$ ,  $C(1, 0, -2)$  и  $D(1, 1, 0)$ ;
- 9.8.  $A(2, 2, 3)$ ,  $B(1, 0, 7)$ ,  $C(0, 1, 2)$  и  $D(-2, 1, -2)$ ;
- 9.9.  $A(0, 3, -4)$ ,  $B(1, 1, 4)$ ,  $C(-3, 0, -1)$  и  $D(-1, 3, 6)$ ;
- 9.10.  $A(1, 1, -2)$ ,  $B(0, 1, -4)$ ,  $C(2, -1, -6)$  и  $D(-2, 4, 1)$ .

10) Даден е тетраедър  $ABCD$  с върхове:

- 10.1.  $A(-4, 3, 4)$ ,  $B(-5, 5, -2)$ ,  $C(3, 0, 3)$  и  $D(-1, -3, 5)$ ;
- 10.2.  $A(2, -3, 4)$ ,  $B(-4, 5, 3)$ ,  $C(0, -1, 2)$  и  $D(-2, -4, 5)$ ;
- 10.3.  $A(-2, 5, 7)$ ,  $B(-3, 2, -4)$ ,  $C(2, 3, 0)$  и  $D(5, -4, 2)$ ;
- 10.4.  $A(3, -3, 5)$ ,  $B(-2, 5, 3)$ ,  $C(4, -1, 2)$  и  $D(-2, -6, -1)$ ;
- 10.5.  $A(5, -3, 2)$ ,  $B(-1, 7, -2)$ ,  $C(2, 0, -1)$  и  $D(-7, -3, -2)$ ;
- 10.6.  $A(-3, -3, 4)$ ,  $B(-2, 6, 4)$ ,  $C(0, -1, 3)$  и  $D(-2, 5, -3)$ ;
- 10.7.  $A(-2, -1, 4)$ ,  $B(-5, 0, 3)$ ,  $C(3, 2, 3)$  и  $D(-1, -3, 5)$ ;
- 10.8.  $A(2, -3, 4)$ ,  $B(-4, 5, 3)$ ,  $C(0, -1, 4)$  и  $D(5, -1, 7)$ ;
- 10.9.  $A(-4, 3, 2)$ ,  $B(-5, 4, -3)$ ,  $C(2, 2, -3)$  и  $D(-1, -3, 4)$ ;
- 10.10.  $A(3, -5, 2)$ ,  $B(-6, 0, 4)$ ,  $C(2, -1, 2)$  и  $D(4, -4, 3)$ .

Да се пресметне:

- А) Обемът на тетраедъра  $ABCD$ ;
- Б) Повърхнината на тетраедъра  $ABCD$ ;
- В) Височината на тетраедъра през върха  $D$ ;
- Г) Височината на тетраедъра към стената  $(BCD)$ ;
- Д) Разстоянието от точка  $B$  до стената  $(ACD)$ ;
- Е) Дължината на перпендикулярът спуснат от  $C$  към стената  $(ABD)$ .