ВТУ „Тодор Каблешков“
Катедра „Математика и информатика“

ПРИМЕРНА ИЗПИТНА ТЕМА

Висша математика I

Време за работа 90+60 минути **Дата: 30.01.2004 г.**

Група: .... **Фак. номер:** ....

Име: ....

Подпис: ....

ПРАВИЛА ЗА ПРОВЕЖДАНЕ НА ИЗПИТА

1. Изпитът се състои от две части.
   – Част първа: Задачи за пресмятане. Оценява се със 120 точки.
   Време за работа 90 минути.
   – Част втора: Теоретични въпроси. Оценява се със 80 точки.
   Време за работа 60 минути.
   – Между двете части на изпита има почивка от 30 минути.
   – Не се разрешава излизането от изпитните стаи по време на изпита.
2. По време на първата част от изпита имате право да ползвате непрограмируем калкулатор и помагало с формули в което няма решени примери и задачи.
3. За втората част от изпита не се разрешава използването на каквито и да са учебници, записки, справочници, калкулатори.
4. По време на изпита не се разрешава общуването с който и да било, с изключение на квестора; мобилните телефони трябва да бъдат изключени. В противен случай квесторът има право да ви отстрани от изпит.
5. Съгласно Чл.61, ал.(2), т.3 от Правилника за устройството и дейността на ВТУ „Т.Каблешков“, „студентите се отписват от ВТУ при опит за измама“.
6. За да удостоверите присъствието си на изпита, трябва да представите студентската си книжка. Освен това, на първата страница на свитъка листи, който предавате, трябва да напишете трите си имена, групата, факултетния номер и да се подпишете.

7. Оформяне на окончателна оценка.

0 – 59 точки	Слаб 2
60 – 94 точки	Среден 3
95 – 129 точки	Добър 4
130 – 164 точки	Много добър 5
165 – 200 точки	Отличен 6

СЕКЦИЯ 1

Решете задачите.

1. Ако $A = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} -2 & -3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$, пресметнете $C = AB - BA$.

(12 точки)

2. Да се реши системата $\left| \begin{array}{rcrcrcr} x_1 & + & 2x_2 & - & 2x_3 & = & -2 \\ x_1 & - & 3x_2 & + & x_3 & = & 4 \\ 3x_1 & + & x_2 & - & x_3 & = & 4 \end{array} \right.$.

(15 точки)

3. Да се представи вектора $\overrightarrow{c}(9; -4)$ като линейна комбинация на векторите $\overrightarrow{a}(3; 1)$ и $\overrightarrow{b}(-1; 2)$.

(10 точки)

4. Пресметнете синуса на ъгъла между векторите: $\overrightarrow{a}(3; -5; -2)$ и $\overrightarrow{b}(2; 4; -7)$.

(12 точки)

5. Да се намери лицето на триъгълник ABC с върхове $A(-1; 2; 3)$, $B(-1; -1; -1)$ и $C(4; 2; 3)$.

(12 точки)

6. Намерете уравнението на медианата през върха A в триъгълника ABC, където $A(6; 8)$, $B(6; 0)$, $C(0; 8)$.

(11 точки)

7. Дадени са точките $A(5; 2; -3)$ и $B(3; -4; 1)$. Намерете уравнението на симетралната равнина σ на отсечката AB.

(15 точки)

8. Пресметнете стойноста на израза $A = \dfrac{1}{3-i} - \dfrac{2-i}{5+i}$.

(9 точки)

9. Решете уравнението $x^3 + x^2 - 8x - 12 = 0$.

(12 точки)

10. Намерете каноничния вид на квадратичната форма

$$\varphi(x_1, x_2) = x_1^2 + 4x_1x_2 - 2x_2^2.$$

(12 точки)

СЕКЦИЯ 2

Отговорете само с „вярно“ или „грешно“. За всеки въпрос получавате:

2 точки	**за правилен отговор**
-2 точки	**за грешен отговор**
0 точки	**за непопълнен отговор**

1. Всяка матрица, чиято детерминанта е 1 се нарича единична матрица.

2. Ако разменим местата на два реда в една детерминанта, тя не променя стойността си.

3. Рангът r на всяка матрица от тип $m \times n$ $(m < n)$, удовлетворява неравенствата $m \leq r \leq n$.

4. Смесеното произведение на три вектора може да е произволно реално число.

5. Ако в общото уравнение на права в равнината $g : ax + by + c = 0$ имаме $b = 0$, то правата g е успоредна на абсцисната ос.

6. Ако $\dfrac{x}{m} + \dfrac{y}{n} = 1$ е отрезовото уравнение на правата g, то лицето на триъгълника заграден от координатните оси и правата g е $S = \dfrac{|mn|}{2}$.

7. Геометричното място от точки в равнината, равноотдалечени от дадена точка (фокус) и дадена права (директриса) се нарича парабола.

8. Не за всяко комплексно число $z = a+ib$ е изпълнено $z\overline{z} = a^2 + b^2$.

СЕКЦИЯ 3

За всеки от въпросите в тази секция маркирайте с $\boxed{\text{x}}$ не повече от един от четирите възможни отговора – този, който смятате за верен. За всеки въпрос получавате:

4 точки	**за правилен отговор**
−1 точки	**за грешен отговор**
0 точки	**за непопълнен отговор**

1. Ако **A** е матрица от тип $m \times n$, а **B** е матрица от тип $n \times p$, произведението **AB** е от тип

☐ $m \times m$ ☐ $n \times n$ ☐ $m \times p$ ☐ $p \times m$

2. Ако детерминантата на една хомогенна линейна система е нула, то системата

☐ има точно едно решение

☐ има безброй решения

☐ има единствено нулевото решение

☐ няма решение

3. Ако **A** и **B** са матрици от един и същ ред, кои от свойствата са верни:
(i) $\det(\mathbf{AB}) = \det \mathbf{A} \det \mathbf{B}$, (ii) $\det(\mathbf{A}') = \det \mathbf{A}$,
(iii) $\det(\mathbf{A}+\mathbf{B}) = \det \mathbf{A} + \det \mathbf{B}$?

☐ само (i) ☐ само (ii) ☐ само (i) и (ii) ☐ и трите

4. Ако $M_1(x_1, y_1)$ и $M_2(x_2, y_2)$ са две точки в равнината, уравнение на права през тези точки е

☐ $(x_2 - x_1)(x - x_1) + (y_2 - y_1)(y - y_1) = 0$

☐ $(x_2 - x_1)(y_2 - y_1) + (x - x_1)(y - y_1) = 0$

☐ $(x - x_1)(y_2 - y_1) - (x_2 - x_1)(y - y_1) = 0$

☐ $(x - x_1)(y_2 - y_1) + (x_2 - x_1)(y - y_1) = 0$

5. Ако фокусите на елипсата $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1$ лежат върху оста Oy, то

☐ $a \le b$ ☐ $a > b$ ☐ $a = -b$ ☐ $a = 0$

$\boxed{6.}$ Дадени са правата $g : \dfrac{x-1}{4} = \dfrac{y-2}{3} = \dfrac{z-3}{3}$ и равнината $\alpha : 3x + 2y - 6z + 7 = 0$. Взаимното им положение е:

☐ g лежи в α ☐ $g \perp \alpha$

☐ $g \| \alpha$, но не лежи в нея ☐ g пресича α, но не са перпендикулярни

$\boxed{7.}$ Повърхнината с уравнение $x^2 + 2x + y^2 - R^2 = 0$ е

☐ цилиндър ☐ конус

☐ двойка пресичащи се равнини ☐ елиптичен хиперболоид

$\boxed{8.}$ Нека A е линеен оператор, действащ в двумерно линейно пространство, така че $A(1;0) = (a;b)$ и $A(0;1) = (-b,0)$. Тогава $A(b;a) =$

☐ $(a;b)$ ☐ $(0;b^2)$ ☐ $(b^2;0)$ ☐ $(a^2;b^2)$

СЕКЦИЯ 4

За пълен отговор на всеки от въпросите в тази секция получавате по 8 точки.

$\boxed{1.}$ Дайте определение на векторно произведение на два вектора.

$\boxed{2.}$ Напишете декартово уравнение на права в равнината. Обяснете смисъла на коефициентите.

$\boxed{3.}$ Напишете формулата на Моавър за степенуване на комплексно число, зададено в тригонометричен вид.

$\boxed{4.}$ Да се докаже следното неравенство (неравенство на Шварц): *За всеки два вектора $\overrightarrow{a}$ и $\overrightarrow{b}$ е изпълнено*

$$|\overrightarrow{a}\,\overrightarrow{b}| \le |\overrightarrow{a}||\overrightarrow{b}|.$$