ВТУ „Тодор Каблешков“

Катедра „Математика и информатика“

Висша математика I, ОКС „бакалавър“

Примерна тема

Група: ....   **Фак. номер:** ....

Име: ....

ПРАВИЛА ЗА ПРОВЕЖДАНЕ НА ИЗПИТА

1. Изпитът се състои от две части.
   – Част първа: задачи. Оценява се със 150 точки.
   Време за работа 90 минути.
   – Част втора: тест върху теория. Оценява се със 50 точки.
   Време за работа 30 минути.
   – Между двете части на изпита има почивка от 30 минути.
   – Не се разрешава излизането от изпитните стаи по време на изпита.
2. По време на първата част от изпита имате право да ползвате непрограмируем калкулатор и помагало с формули, в което няма решени примери и задачи.
3. За втората част от изпита не се разрешава използването на каквито и да са учебници, записки, справочници, калкулатори.
4. По време на изпита не се разрешава общуването с който и да било, с изключение на квестора; мобилните телефони трябва да бъдат изключени. В противен случай квесторът има право да Ви отстрани от изпит.
5. Съгласно Чл. 61, ал. (2), т. 3 от Правилника за устройството и дейността на ВТУ „Т. Каблешков“, „студентите се отстраняват от ВТУ при опит за измама“.
6. За да удостоверите присъствието си на изпита, трябва да представите документ за самоличност. Освен това, на първата страница на свитъка листи, който предавате, трябва да напишете трите си имена, групата и факултетния номер.
7. Оформяне на окончателната оценка.

	$<$	60 точки	Слаб 2
60	–	89 точки	Среден 3
90	–	119 точки	Добър 4
120	–	149 точки	Много добър 5
	$\geq$	150 точки	Отличен 6

Част първа   **Време за работа 90 мин.**

За пълно и правилно решение на всяка от задачите получавате по 20 точки.

1. Пресметнете детерминантата $\begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 3 & 0 \\ 0 & -3 & 2 & 0 \\ 1 & 3 & -2 & -2 \end{vmatrix}$.

2. Дадени са точки $A(2;-1;-3)$, $B(-3;-1;2)$, $C(2;-4;0)$. Нека $\mathbf{a} = \overrightarrow{BA}$, $\mathbf{b} = \overrightarrow{CA}$. Пресметнете $(\mathbf{a} - \mathbf{2b}) \times (\mathbf{3b} - \mathbf{2a})$.

3. Намерете обратната матрица на матрицата $A = 2BC - C$, където $B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ $\quad C = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

4. Решете по метода на Гаус или с формулите на Крамер системата
$$\begin{cases} x - 2y + z = 5 \\ 2x - 3y - z = 3 \\ -3x + y - 2z = -8 \end{cases}.$$

5. Намерете обема на тетраедъра с върхове $O(0;0;0)$, $A(3;-2;1)$, $B(-3;3;-2)$ и $C(1;-3;-1)$.

6. Пресметнете стойността на израза $(\sqrt{3} - i)^6$.

7. Решете уравнението $x^3 + x^2 + 3x - 5 = 0$.

8. Намерете собствените стойности и съответстващи им собствени вектори на оператора, зададен с матрицата $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}$.

Катедра „Математика и информатика“

Висша математика I, ОКС „бакалавър“

Примерна тема

Група: .... **Фак. номер:** ....

Име: ....

Част втора **Време за работа 30 мин.**

I. За пълен и правилен отговор на всеки от следващите два въпроса получавате по 10 точки.

1. Нека A и B са обратими матрици от един и същ ред. Докажете, че $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$.

2. Дефиниция на линейно пространсво.

II. На следващите пет въпроса отговорете с *вярно* **или** *грешно*. **Оценяване:**

2 точки	**за правилен отговор**
-2 точки	**за сгрешен отговор**
0 точки	**за непопълнен отговор**

1. Ако M' е транспонираната матрица на квадратната матрица M, то $\det M' = -\det M$ (тук с $\det A$ озачаваме детерминантата на матрица A).

2. За всеки два вектора $\mathbf{a}$ и $\mathbf{b}$ е изпълнено неравенството $|\mathbf{ab}| \geq |\mathbf{a}|\,|\mathbf{b}|$.

3. Ако $\overline{z}$ е комплексно спрегнатото на числото z, а $|z|$ е модулът на z, то $z\overline{z} = |z|^2$.

4. Разместването на два стълба в една детерминанта води до промяна на знака на детерминантата.

5. Всяка хомогенна система от n линейни уравнения с n неизвестни $(n \geq 1)$ има поне едно решение.

III. За всеки от следващите пет въпроса маркирайте с $\boxed{\text{x}}$ **един от четирите възможни отговора – този, който смятате за верен. Оценяване:**

4 точки	**за правилен отговор**
-1 точки	**за грешен отговор**
0 точки	**за непопълнен отговор**

1. Ненулевите вектори $\mathbf{a}$ и $\mathbf{b}$ са ортогонални тогава и само тогава, когато

☐ $\mathbf{a} \times \mathbf{b} = \mathbf{o}$ ☐ $\mathbf{ab} = 0$

☐ $\mathbf{aba} = 0$ ☐ поне един от $\mathbf{a}$ и $\mathbf{b}$ е $\mathbf{o}$

2. Произведението AB на матриците $\mathbf{A}$ и $\mathbf{B}$ е число. Тогава

☐ $\mathbf{A}$ е матрица-стълб, а $\mathbf{B}$ е матрица-ред

☐ $\mathbf{A}$ е матрица-ред, а $\mathbf{B}$ е матрица-стълб

☐ $\mathbf{A}$ и $\mathbf{B}$ са матрици-ред

☐ $\mathbf{A}$ и $\mathbf{B}$ са матрици-стълб

3. Дадена е линейната система $\begin{cases} x + qy = 2 \\ qx + y = 2 \end{cases}$. За коя стойност на параметъра q системата има безброй решения:

☐ няма такава ☐ $q = 0$ ☐ $q = -1$ ☐ $q = 1$

4. Ако полиномът $P(x) = 3(x-5)^3(5x+4)^2(x-i)(x+i)$ се представи във вида $P(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \cdots + a_0$, колко от коефициентите $a_n, a_{n-1}, \ldots, a_0$, не са реални числа?

☐ 3 ☐ 2 ☐ 1 ☐ 0

5. Нека A е линеен оператор, действащ в линейно пространство L. Кои от следните свойства са в сила за произволни $\mathbf{x}, \mathbf{y} \in L$ и всяко реално число λ:

(i) $A(\mathbf{xy}) = A\mathbf{x}\,A\mathbf{y}$, (ii) $A(\mathbf{x} + \mathbf{y}) = A\mathbf{x} + A\mathbf{y}$, (iii) $A(\lambda\mathbf{x}) = \lambda A\mathbf{x}$.

☐ само (i) ☐ само (ii) и (iii)

☐ само (i) и (iii) ☐ и трите