ВТУ „Тодор Каблешков“

Катедра „Математика и информатика“

Висша математика III, ОКС „бакалавър“, „ТУТ“ и „ИМ“

Примерна тема

Група: .... **Фак. номер:** ....

Име: ....

ПРАВИЛА ЗА ПРОВЕЖДАНЕ НА ИЗПИТА

1. Изпитът се състои от две части.
   – Част първа: задачи. Оценява се със 150 точки.
   Време за работа 90 минути.
   – Част втора: тест върху теория. Оценява се със 50 точки.
   Време за работа 30 минути.
   – Между двете части на изпита има почивка от 30 минути.
   – Не се разрешава излизането от изпитните стаи по време на изпита.
2. По време на първата част от изпита имате право да ползвате непрограмируем калкулатор и помагало с формули, в което няма решени примери и задачи.
3. За втората част от изпита не се разрешава използването на каквито и да са учебници, записки, справочници, калкулатори.
4. По време на изпита не се разрешава общуването с който и да било, с изключение на квестора; мобилните телефони трябва да бъдат изключени. В противен случай квесторът има право да Ви отстрани от изпит.
5. Съгласно Чл. 61, ал. (2), т. 3 от Правилника за устройството и дейността на ВТУ „Т. Каблешков“, „студентите се отстраняват от ВТУ при опит за измама“.
6. За да удостоверите присъствието си на изпита, трябва да представите документ за самоличност. Освен това, на първата страница на свитъка листи, който предавате, трябва да напишете трите си имена, групата и факултетния си номер.
7. Оформяне на окончателната оценка.

	$<$	60 точки	Слаб 2
60	–	89 точки	Среден 3
90	–	119 точки	Добър 4
120	–	149 точки	Много добър 5
	$\geq$	150 точки	Отличен 6

Част първа **Време за работа 90 мин.**

За пълно и правилно решение на всяка от задачите получавате по 20 точки.

1. Намерете частните производни f'_x и f''_{xy} за функцията

$$f(x,y) = e^{2x+5}\operatorname{arctg} y + \frac{xy}{4+\sin y}\ .$$

2. В урна са сложени топки, от които 78 са червени, 24 са кафяви, а останалите са жълти. По случаен начин вадим една топка от урната. Намерете броя на жълтите топки, ако вероятността да извадим жълта топка е 1/3.

3. Изследвайте за локални екстремуми функцията

$$f(x,y) = x^2 + xy + y^2 + 3x + 7\ .$$

4. Пресметнете $\displaystyle\iint_D xy\,dxdy$, където

$$D = \{(x,y)\ : -3 \leq x \leq 1;\ x^2+1 \leq y \leq 4-2x\}.$$

5. Пресметнете масата на материална пластина с формата на полукръг $D = \big\{(x,y)\ :\ x^2+y^2 \leq 4,\ y \geq 0\big\}$ и плътност $\mu(x,y) = y\sqrt{x^2+y^2}$.

6. Решете диференциалното уравнение

$$y' + \frac{y}{x} = x \ \text{ при начално условие } \ y(1) = 2/3.$$

7. Намерете общото решение на диференциалното уравнение

$$y'' - y' - 6y = 12e^{2x}.$$

8. Таблицата на разпределение на случайната величина X е:

x	-4	-2	1	3
p	0,2	0,1	0,3	0,4

Пресметнете:

а) $M[X] =?$; б) $D[X] =?$; в) $\sigma[X] =?$; г) $\sigma[\frac{1}{3}X+2] =?$

Катедра „Математика и информатика“

Висша математика III, ОКС „бакалавър“, „ТУТ“ и „ИМ“

Примерна тема

Група: .... **Фак. номер:** ....

Име: ....

Част втора **Време за работа 30 мин.**

I. За пълен и правилен отговор на всеки от следващите два въпроса получавате по 10 точки.

1. Приложения на двойния интеграл.

2. Дайте определение на понятието пълна група събития.

II. На следващите пет въпроса отговорете с *вярно* **или** *грешно*. **Оценяване:**

2 точки	**за правилен отговор**
-2 точки	**за сгрешен отговор**
0 точки	**за непопълнен отговор**

1. Ако една функция има първи частни производни, тя е непрекъсната.

2. Ако $\dfrac{\partial f}{\partial x_i}(a) = 0$ за всяко $i = 1, ..., n$, то функцията f има екстремум в точката $a \in \mathbb{R}^n$.

3. Ако функцията $f(x,y)$ е интегруема над област D и $f(x,y) \geq 0$ за $(x,y) \in D$, то $\iint\limits_D f(x,y)\,dxdy \geq 0$.

4. Уравнението $y'' + (\sin x)\, y' + (\cos x)\, y = 0$ е линейно хомогенно обикновено диференциално уравнение.

5. Ако събитията A и B са несъвместими, то $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.

III. За всеки от следващите пет въпроса маркирайте с $\boxed{\text{x}}$ **един от четирите възможни отговора – този, който смятате за верен. Оценяване:**

4 точки	**за правилен отговор**
-1 точки	**за грешен отговор**
0 точки	**за непопълнен отговор**

1. Ако за функцията $f(x,y)$ от клас C^2 е изпълнено $f''_{xx} > 0$ и $f''_{xx}(a,b)\, f''_{yy}(a,b) - \left[f''_{xy}(a,b)\right]^2 > 0$, то $f(x,y)$ в точката (a,b) има

- ☐ локален максимум
- ☐ локален минимум
- ☐ седлова точка
- ☐ друг отговор

2. Якобианът на смяната на променливи $\begin{cases} x = \varphi(u,v) \\ y = \psi(u,v) \end{cases}$ е равен на детерминантата

☐ $\begin{vmatrix} \varphi''_{xx} & \varphi''_{xy} \\ \psi''_{xy} & \psi''_{yy} \end{vmatrix}$ ☐ $\begin{vmatrix} \varphi'_u & \varphi'_v \\ \psi'_u & \psi'_v \end{vmatrix}$ ☐ $\begin{vmatrix} \varphi'_x & \varphi'_y \\ \psi'_x & \psi'_y \end{vmatrix}$ ☐ $\begin{vmatrix} \varphi''_{uu} & \varphi''_{uv} \\ \psi''_{uv} & \psi''_{vv} \end{vmatrix}$

3. Ако уравнението $\lambda^2 + a\lambda + b = 0$ има прост реален корен равен на μ, то диференциалното уравнение $y'' + a\,y' + b\,y = xe^{\mu x}$ има частно решение от вида

- ☐ $\eta(x) = xe^{\mu x}$
- ☐ $\eta(x) = x(Ax+B)e^{\mu x}$
- ☐ $\eta(x) = x^2(Ax+B)e^{\mu x}$
- ☐ $\eta(x) = \mu e^{Ax+B}$

4. Вероятността събитието A да се случи във всеки един опит е p. Вероятността събитието A да се случи точно k пъти в серия от n независими опита е

☐ p^k ☐ $p^k(1-p)^{n-k}$ ☐ $\dbinom{n}{k} p^k$ ☐ $\dbinom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$

5. Ако непрекъсната случайна величина има плътност $f(x)$ и функция на разпределение $F(x)$, то

- ☐ $F(x) = \displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\,dx$
- ☐ $\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\,dx = 1$
- ☐ $f(x) = \displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} F(x)\,dx$
- ☐ $\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} F(x)\,dx = 1$